

УДК 681.514

Д.В. Коврыженко, аспирант

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053

e-mail: onetoremagistr@gmail.com

МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ СКРЫТЫХ ОТКАЗОВ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С УПРЕЖДАЮЩИМИ ЗАМЕНАМИ

Проведен анализ работ по математическому моделированию процесса контроля отказов однокомпонентных систем. Построена полумарковская модель периодического контроля скрытых отказов однокомпонентной системы с упреждающими заменами. Найдены стационарные характеристики рассматриваемой системы.

Ключевые слова: *однокомпонентная система, полумарковская модель, стационарные характеристики, упреждающая замена.*

Введение.

Общие тенденции развития промышленности привели к постановке задачи обеспечения высокого уровня качества и надежности продукции, которая тесно связано с задачей повышения уровня контроля продукции. Повышение качества может быть достигнуто как за счет улучшения средних значений его показателей, так и за счет уменьшения их дисперсии. Этого можно добиться за счет высокого научно-технического уровня разработок, применения перспективных материалов и технологических процессов изготовления и сборки, а также за счет статистического регулирования технологических процессов путем корректирования значений их параметров по результатам выборочного контроля производимой продукции.

В данной работе при моделировании контроль является статистическим. Статистический контроль качества – контроль качества, при котором используются статистические методы (по ГОСТ 15.895–77). По результатам моделирования и собранным статистическим данным о компоненте в дальнейшем, во время эксплуатации системы, выполняется периодический контроль – контроль, при котором поступление информации о контролируемых параметрах происходит через установленные интервалы времени (по ГОСТ 16.504 –81). Моделирование процесса контроля позволит в дальнейшем оптимизировать автоматическое проведение контроля, тем самым увеличить его эффективность.

Контроль компонента проводится из-за проявления в нем отказов. В данной работе рассматриваются скрытые отказы компонента. Скрытые отказы (СО) – это отказы, которые не обнаруживаются визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемые при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностики (по ГОСТ 27.002–89).

Увеличить эффективность проведения контроля, можно также, применяя стратегию упреждающих замен (УЗ), т.е. такой контроль, при котором работоспособный компонент переводят на восстановление после истечения предельного ресурса, но до наступления отказа.

Обзор литературных источников.

Ранее был выполнен ряд работ по математическому моделированию контроля СО с УЗ. Ниже приведен обзор некоторых из них.

В работе [1] рассмотрена комплексная система, состоящая из двух типов компонентов (типа I и II). Тип I состоит из N компонентов, соединенных последовательно, в то время как компоненты типа II состоят из компонентов находящихся в резерве. Предполагается, что резервный компонент может отказать во время хранения. Разрабатывается Марковская модель функционирования системы. Применяется следующая дисциплина проведения контроля: неисправный компонент приоритетного типа переводится на восстановление мгновенно после отказа. А также компонент данного типа упреждает ремонт объекта, даже если он занимается ремонтом компонента типа II.

В работе [2] построена математическая модель системы подготовки резины, части производственного цикла изготовления резиновых труб, с целью увеличения работоспособности

системы. Работоспособность системы с введением приоритетных упреждающих замен выявляется построением Марковской модели. Интенсивности отказов и восстановлений отдельных подкомпонентов системы считаются постоянными.

Исследования надежности компьютерных систем переживает переход от традиционных методов обеспечения устойчивости к отказам к методам предупреждения отказов. В работе [3] рассматривается Марковская модель прогнозирования отказа, которая включает в себя ошибки при прогнозе, а также предупреждение отказа и восстановление после него.

Цель статьи.

Выполнить анализ влияния на стационарные характеристики однокомпонентной системы проведение контроля с учетом и без учета УЗ.

Предлагаемый метод моделирования.

В работе выполняется допущение о том, что оборудование АС после обнаружения в нем СО и восстановления – обновляется. Такой эффект приводит к исключению влияния прошлого состояния АС на ее дальнейшую эволюцию. Поэтому для описания процесса контроля АС применяется полумарковский процесс с общим дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний [4]. Такой подход позволяет достаточно адекватно получить и проанализировать характеристики надежности АС.

Описание функционирования системы.

Время безотказной работы компонента случайная величина (СВ) времени α , которая имеет функцию распределения (ФР) $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$, плотность распределения (ПР) $f(t) = F'(t)$ и конечное математическое ожидание (МО) $M\alpha$. Скрытый отказ компонента можно обнаружить только при проведении контроля. Контроль проводится через СВ времени δ , которая имеет ФР $R(t) = P\{\delta \leq t\}$, ПР $r(t) = R'(t)$ и конечное МО $M\delta$. Данные контроля считаются достоверными. При проведении контроля выполняется сравнение текущей наработки системы после начала функционирования к моменту контроля $y > 0$ (смотри рисунок 1) с предельным ресурсом работы компонента $v > 0$. Если произошло превышение предельного ресурса $y > v$, то выполняется упреждающее восстановление. В противном случае, при $y \leq v$, компонент продолжает функционировать. Предполагается, что СВ α и δ независимы. Контроль и восстановление компонента выполняются мгновенно.

Временная диаграмма функционирования системы показана на рисунке 1.

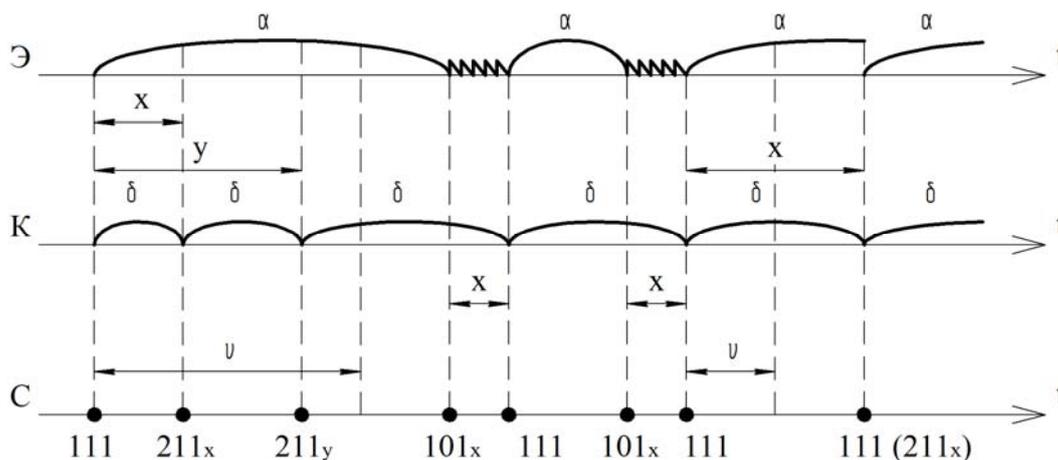


Рисунок 1 – Временная диаграмма функционирования системы

Разработка полумарковской модели.

Система имеет следующее пространство дискретно-непрерывных состояний: $E = \{111; 211x; 101x\}$. Рассмотрим содержательный смысл введенных состояний системы. Состояние 111 – компонент восстановлен и начал функционирование, до отказа СВ времени α , до контроля СВ времени δ ; состояние 211x – проведен контроль работоспособного компо-

нента спустя $x > 0$ после восстановления компонента, до отказа СВ времени $[\alpha - x]^+$, до контроля СВ времени δ ; $101x$ – наступил отказ компонента, до контроля $x > 0$.

Определим вероятности переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n; n \geq 0\}$ системы:

$$p_{111}^{101x} = \int_0^{+\infty} f(t)r(t+x)dt, \quad x \geq 0; \quad p_{111}^{211x} = r(x)\bar{F}(x), \quad 0 \leq x < v; \quad P_{111}^{111(211x)} = 1, \quad x \geq v; \quad P_{101x}^{111} = 1;$$

$$p_{211x}^{211y} = \frac{1}{\bar{F}(x)}r(y-x)\bar{F}(y), \quad 0 \leq x < y < v; \quad p_{211x}^{101y} = \frac{1}{\bar{F}(x)} \int_0^{+\infty} f(t+x)r(t+y)dt, \quad 0 \leq x < v, \quad 0 \leq y < v;$$

$$P_{211x}^{111(211y)} = 1, \quad 0 \leq x < v, \quad y \geq v. \quad (1)$$

Перейдем к определению стационарных характеристик состояний системы. Обозначим через $\rho(111)$ значение стационарного распределения ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ на состоянии 111 и предположим существование стационарных плотностей $\rho(101x)$ и $\rho(211x)$ для состояний 101x и 211x соответственно. Найдем их из системы интегральных уравнений [4]:

$$\begin{cases} \rho(111) = \int_0^{+\infty} \rho(101x)dx + \int_0^v \rho(211x)dx, \\ \rho(211x) = \rho(111)\bar{F}(x)r(x) + \int_0^{x \wedge v} \frac{\bar{F}(x)}{\bar{F}(y)}r(x-y)\rho(211y)dy, \\ \rho(101x) = \rho(111) \int_0^{+\infty} r(t+x)f(t)dt + \int_0^v \rho(211y)dy \int_0^{+\infty} \frac{f(y+t)}{\bar{F}(y)}r(x+t)dt, \\ \rho(111) + \int_0^{+\infty} \rho(101x)dx + \int_0^{+\infty} \rho(211x)dx = 1, \end{cases} \quad (2)$$

где последнее уравнение системы (2) – условие нормировки.

Методом последовательных приближений можно показать, что система уравнений (2) имеет следующее решение:

$$\begin{aligned} \rho(211x) &= \rho_0 \bar{F}(x) h_r(x), \quad 0 \leq x < v; \quad \rho(211x) = \rho_0 \bar{F}(x) \left(r(x) + \int_0^v r(x-y) h_r(y) dy \right), \quad x \geq v; \\ \rho(101x) &= \rho_0 \left(\int_0^{+\infty} r(t+x) f(t) dt + \int_0^v h_r(y) dy \int_0^{+\infty} f(t+y) r(t+x) dt \right), \quad x \geq 0; \quad \rho(111) = \rho_0, \end{aligned} \quad (3)$$

где ρ_0 находится из условия нормировки, $h_r(t) = \sum_{n=1}^{\infty} r^{*(n)}(t)$ – плотность функции восстановления $H_r(t) = \sum_{n=1}^{\infty} R^{*(n)}(t)$, $r^{*(n)}(t)$ – n-кратная свертка функции $r(t)$, $R^{*(n)}(t)$ – n-кратная свертка функции $R(t)$ [5].

Средние времена пребывания в состояниях системы имеют вид:

$$M(\theta_{111}) = \int_0^{+\infty} \bar{R}(t) \bar{F}(t) dt; \quad M(\theta_{211x}) = \frac{1}{\bar{F}(x)} \int_0^{+\infty} \bar{R}(t) \bar{F}(t+x) dt, \quad 0 \leq x < v; \quad M(\theta_{211x}) = 0, \quad x \geq v; \quad M(\theta_{101x}) = x. \quad (4)$$

Нахождение стационарных характеристик системы.

Пространство состояний системы E представим в виде суммы подмножеств работоспособных и неработоспособных состояний соответственно: $E = E_+ + E_-$, $E_+ = \{111; 211x\}$ и $E_- = \{101x\}$. Среднюю стационарную наработку на отказ T_+ , среднее стационарное время восстановления T_- и стационарный коэффициент готовности K_r системы найдем по формулам (5):

$$T_+ = \frac{\int_{E_+} m(s) \rho(ds)}{\int_{E_+} P(s, E_+) \rho(ds)}, \quad T_- = \frac{\int_{E_-} m(s) \rho(ds)}{\int_{E_+} P(s, E_-) \rho(ds)}, \quad K_\Gamma = \frac{\int_{E_+} m(s) \rho(ds)}{\int_{E_-} m(s) \rho(ds)}, \quad (5)$$

где $\rho(ds)$ - стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$; $m(s)$ - среднее время пребывания в состоянии s системы; $P(s, E_-)$ - вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ из состояний s в подмножество E_- .

Применяя формулы (1), (3) и (4) можно вычислить выражения, входящие в формулы (5). Стационарные характеристики системы при этом будут иметь вид:

$$T_+ = \frac{M\alpha - \int_0^{+\infty} \bar{R}(t) dt \int_0^{+\infty} \bar{F}(t+x) dH_r(x)}{1 - \int_0^{+\infty} \bar{R}(t) dt \int_0^{+\infty} f(t+x) dH_r(x)}, \quad T_- = \frac{M\delta \int_0^v \bar{F}(x) d\hat{H}_r(x) - \int_0^{+\infty} \bar{R}(t) dt \int_0^v \bar{F}(t+x) d\hat{H}_r(x)}{1 - \int_0^{+\infty} \bar{R}(t) dt \int_0^v f(t+x) dH_r(x)},$$

$$K_\Gamma = \frac{M\alpha - \int_0^{+\infty} \bar{R}(t) dt \int_0^{+\infty} \bar{F}(t+x) dH_r(x)}{M\delta \int_0^v \bar{F}(x) d\hat{H}_r(x)}, \quad (6)$$

где $\hat{H}_r(t) = 1 + H_r(t)$, $\hat{H}_r(t) = \sum_{n=0}^{\infty} R^{*(n)}(t)$.

В работе [6] были получены стационарные характеристики полумарковской модели проведения контроля системы без учета проведения УЗ:

$$T_+^* = M\alpha, \quad T_-^* = (M\delta + M\gamma) \int_0^{+\infty} \bar{F}(x) d\hat{H}_r(x) + M\beta - M\alpha, \quad K_\Gamma^* = \frac{M\alpha}{(M\delta + M\gamma) \int_0^{+\infty} \bar{F}(x) d\hat{H}_r(x) + M\beta}. \quad (7)$$

Если устремить ожидание УЗ к бесконечности $v \rightarrow \infty$ в формулах (6), а также если пренебречь длительностями $M\gamma$ (конечное МО независимой СВ γ - длительности проведения контроля) и $M\beta$ (конечное МО независимой СВ β - длительности восстановления) в формулах (7), то можно показать подобие выражений находящихся в формулах (6) и (7).

Сравнение результатов моделирования контроля с учетом и без учета УЗ.

Для случая постоянного периода проведения контроля $\tau = const$, ФР СВ δ имеет при этом вид: $R(t) = 1(t - \tau)$. Стационарные характеристики системы в таком случае можно представить в виде зависимостей от двух переменных τ - времени проведения контроля и v - времени ожидания УЗ, показанном в формулах (8).

$$T_+(\tau, v) = \frac{\sum_{n=0}^{[v/\tau]} \int_0^\tau \bar{F}(n\tau + t) dt}{F([v/\tau] + 1)\tau}, \quad T_-(\tau, v) = \frac{\tau \cdot \sum_{n=0}^{[v/\tau]} \bar{F}(n\tau) - \sum_{n=0}^{[v/\tau]} \int_0^\tau \bar{F}(n\tau + t) dt}{F([v/\tau] + 1)\tau}, \quad K_\Gamma(\tau, v) = \frac{\sum_{n=0}^{[v/\tau]} \int_0^\tau \bar{F}(n\tau + t) dt}{\tau \cdot \sum_{n=0}^{[v/\tau]} \bar{F}(n\tau)}, \quad (8)$$

где $[v/\tau]$ - целая часть от отношения v/τ .

Применяя результаты работы [6] можно показать стационарные характеристики системы однокомпонентной системы для постоянного периода проведения контроля $\tau = const$, но без учета упреждения отказов, пренебрегая при этом длительностью проведения контроля $M\gamma$ и восстановления компонента $M\beta$.

$$T_+^{**}(\tau, v) = M\alpha, \quad T_-^{**}(\tau, v) = \tau \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \bar{F}(n\tau) - M\alpha, \quad K_\Gamma^{**}(\tau, v) = \frac{M\alpha}{\tau \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \bar{F}(n\tau)}. \quad (9)$$

В таблице 1 представлено сравнение стационарных характеристик системы (с учетом и без учета УЗ) для различных законов распределения отказов компонента.

Показано, что средняя стационарная длительность наработки на отказ T_+ (с выполнением УЗ) больше чем T_+^{**} (для $[v/\tau]=\infty$), средняя стационарная длительность восстановления системы T_- меньше чем T_-^{**} , стационарный коэффициент готовности системы K_G больше чем K_G^{**} . Очевидно, что максимум коэффициента готовности $K_G = K_G^{**} = 1$ соответствует мгновенному проведению контроля $\tau = 0$ (ч.). При увеличении длительности проведения контроля средние стационарные длительности наработки на отказ системы T_+ и T_+^{**} (как с учетом, так и без учета УЗ) снижаются, средние стационарные длительности восстановления системы T_- и T_-^{**} увеличиваются, стационарные коэффициенты готовности K_G и K_G^{**} снижаются.

Таблица 1 – Сравнение результатов моделирования контроля однокомпонентной системы

Результаты моделирования		Исходные данные					
		$\tau = 10$, ч			$\tau = 100$, ч		
		$[v/\tau]=0$	$[v/\tau]=1$	$[v/\tau]=5$	$[v/\tau]=0$	$[v/\tau]=1$	$[v/\tau]=5$
Закон распределения отказов по Эрлангу 4-го порядка: $\bar{F}(t) = e^{-at} \sum_{k=0}^3 \frac{(at)^k}{k!}$ $M\alpha = 40$ (ч), ($a = 0,1$ (1/ч))	T_+ , ч	524,830	134,740	44,381	40,280	40,000	40,000
	T_+^{**} , ч	40,003			40,000		
	T_- , ч	2,319	3,934	4,912	60,764	61,030	61,030
	T_-^{**} , ч	4,996			61,040		
	K_G	0,996	0,972	0,900	0,399	0,396	0,396
	K_G^{**}	0,889			0,396		

На рисунках 2 и 3 показаны зависимости стационарного коэффициента готовности для постоянной длительности УЗ от времени проведения контроля $K_G(\tau, v)|_{v=const}$, для различных законов распределения времен отказа.

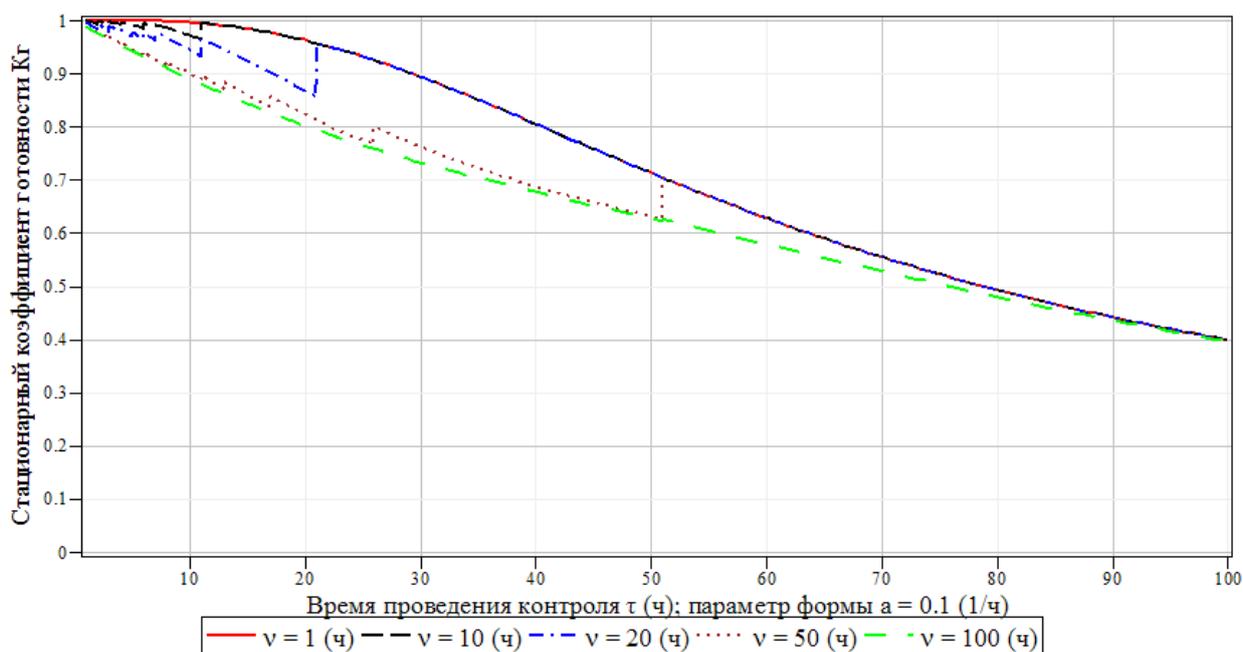


Рисунок 2 – Зависимость $K_G(\tau, v)|_{v=const}$ при распределении отказов по Эрлангу 4-го порядка

На рисунках 2 и 3 приведено сравнение зависимостей $K_{\Gamma}(\tau, \nu)_{\nu=const}$ при различных значениях длительностей ν . Показано, что для увеличения длительности УЗ кривая становится более вогнутой, при достижении определенного значения ν точка перегиба кривой сглаживается. Это означает, что для меньшей длительности УЗ можно показать диапазон значений длительности проведения контроля, которому будет соответствовать значений стационарного коэффициента готовности близкого к максимуму.

Продолжение таблицы 1

Результаты моделирования		Исходные данные					
		$\tau = 10, \text{ ч}$			$\tau = 100, \text{ ч}$		
		$[v/\tau]=0$	$[v/\tau]=1$	$[v/\tau]=5$	$[v/\tau]=0$	$[v/\tau]=1$	$[v/\tau]=5$
Закон распределения отказов по Вейбулла - Гнеденко: $\bar{F}(t) = e^{-(t/\Theta)^{\beta}}$, $M\alpha = 40 \text{ (ч)}$, $(\theta = 45,136 \text{ (ч)})$, $\beta = 2$)	$T_+, \text{ ч}$	205,401	105,260	45,342	40,229	40,000	40,000
	$T_+^{**}, \text{ ч}$	40,000			40,000		
	$T_-, \text{ ч}$	3,366	4,243	4,899	60,515	60,738	60,738
	$T_-^{**}, \text{ ч}$	5,000			60,738		
	K_{Γ}	0,984	0,961	0,903	0,399	0,397	0,397
	K_{Γ}^{**}	0,889			0,397		

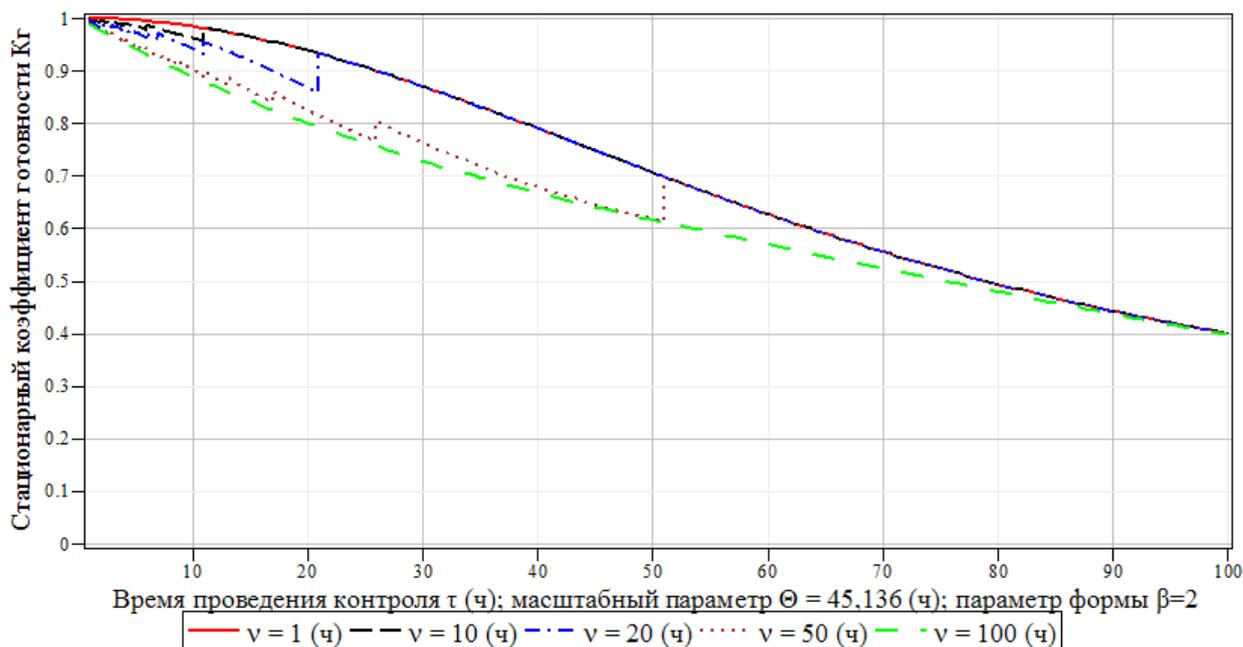


Рисунок 3 – Зависимость $K_{\Gamma}(\tau, \nu)_{\nu=const}$ при распределении отказов по Вейбулла - Гнеденко

К примеру, при длительности упреждающей замены $\nu=10$ (ч) диапазону значений стационарного коэффициента готовности $K_{\Gamma}=(0,8;1)$ для закона распределения времен отказа по Эрлангу 4-го порядка соответствует диапазон времен проведения контроля $\tau=(0;42)$ (ч), а для закона распределения времен отказа по Вейбулла-Гнеденко соответствует диапазон времен проведения контроля $\tau=(0;38)$ (ч). Но, при увеличении длительности УЗ ширина таких диапазонов уменьшается. При длительности упреждающей замены $\nu=100$ (ч) диапазону значений стационарного коэффициента готовности $K_{\Gamma}=(0,8;1)$ для закона распределения времен отказа по Эрлангу 4-го порядка соответствует диапазон времен проведения контроля $\tau=(0;22)$ (ч), а

для закона распределения времен отказа по Вейбулла-Гнеденко соответствует диапазон времен проведения контроля $\tau=(0;20)$ (ч). Следовательно, выполнение УЗ увеличивает эффективность проведения контроля.

Выводы.

Введение упреждающих замен привело к изменению вида стационарных характеристик системы (б). Введение УЗ привело к улучшению стационарных характеристик, что показано в таблице 1 и на рисунках 2 и 3.

В данной работе не учитывается затрачиваемое время на проведение контроля и восстановление компонента после отказа, поэтому переходы в таких случаях являются мгновенными. Именно поэтому мгновенное проведение контроля однокомпонентной системы при нулевой длительности УЗ является оптимальным для достижения максимума стационарного коэффициента готовности. Очевидно, что введение определенных значений для данных длительностей приведет к изменению вида зависимостей стационарных характеристик. Поэтому полученные результаты предлагается использовать для разработки полумарковской модели проведения контроля скрытых отказов однокомпонентной системы с УЗ, избегая при этом выше указанных допущений. При оптимизации проведения такого контроля необходимо показать насколько эффективно проводить упреждение отказа компонента.

Перспективой дальнейших изысканий в дальнейшем является нахождение эффективности введения УЗ, на примере оптимизации как технических, так и экономических характеристик. К примеру: ввести значения стоимостей проведения каждой операции в процессе контроля однокомпонентной системы, в том числе стоимости выпуска брака. А также прибыли при функционировании производственной системы в состоянии наработка на отказ.

Также повлияют действия над компонентом при его контроле (выполняется ли отключение компонента во время контроля или он продолжает функционировать).

Библиографический список использованной литературы.

1. Govil A.K. Operational readiness of a complex system having shelf-life of the components under pre-emptive repeat repair discipline [Электронный ресурс] – Электрон. текстовые данные (244722 bytes). Madrid: National University of Distance Education, 1972. – Режим доступа: http://www.new.dli.ernet.in/rawdataupload/upload/insa/ INSA_1/20005b93_210.pdf Monday, 24 September 2012 12:00:00.

2. Goyal A. Availability analysis of a part of rubber tube production system under preemptive resume priority repair [Электронный ресурс] – Электрон. текстовые данные (379581 bytes). El Paso: Industrial Engineering University, 2009. – Режим доступа: <http://journals.sfu.ca/ijietap/index.php/ijie/article/download/113/114> Monday, 24 September 2012 12:05:00.

3. Salfner F. Reliability modeling of proactive fault handling [Электронный ресурс] – Электрон. текстовые данные (253281 bytes). Berlin: Humboldt University of Berlin, 2009 – Режим доступа: <http://www2.informatik.hu-berlin.de/sam/preprint/salfner209.pdf> Monday, 24 September 2012 12:10:00.

4. Королюк В.С. Стохастические модели систем/ В.С. Королюк, А.Ф. Турбин; под ред. Турбина А.Ф. – Киев: Наук. думка, 1989. – 208 с.

5. Байхельт Ф. Надёжность и техническое обслуживание. Математический подход/ Ф. Байхельт, П. Франкен. – М.: Радио и связь, 1968. – 392 с.

6. Бойко Е.Г. Модель контроля скрытых отказов автоматизированных систем/ Е.Г. Бойко // Автоматизация процессов и управление: Вест. СевНТУ: Сб. научн. тр. – Севастополь, 2010. – Вып. 108. – С. 52 – 56.

Kovryzhenko D.V. The model of a single-component control system with preemptive replacements

Made the analysis of the works with mathematical modeling of control failures of single-component systems. Semi-Markov model is built for periodic control of hidden faults single-component system with proactive substitutions. For analysis system found fixed characteristics the reliability.

Key words: single-component system, semi-Markov model, fixed characteristics, preemptive restoration.

Ковриженко Д.В. Модель контролю прихованих відмов однокомпонентної системи з попереджувальними замінами

Виконан аналіз праць по математичному моделюванню процесу контролю відмов однокомпонентних систем. Побудована напівмарківська модель періодичного контролю прихованих відмов однокомпонентної системи з попереджувальними замінами. Знайдені стаціонарні характеристики системи.

Ключові слова: однокомпонентна система, напівмарківська модель, стаціонарні характеристики, попереджувальна заміна.